

数学的逻辑思维在人类思想逻辑化进程中的作用

袁 缘, 李辉来

(吉林大学 数学研究所, 吉林 长春 130012)

摘要: 数学是人类逻辑能力的来源, 数学为人们展现的是由诸多与实体分离的概念构成的纯思的世界, 与数学的逻辑本质相似, 思想也是人类理性思维的产品, 人们在思想世界里所获得的任何认识, 都依赖于逻辑推理. 因此, 数学与思想的逻辑进步的过程便有着密切的相关性. 探求公理便是数学的基本精神, 数学的逻辑思维促进了人类的理性精神和思想家对普遍必然性的关注.

关键词: 数学的逻辑思维; 理性; 思想进步; 普遍的必然性

中图分类号: G40-03 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2012) 06-0023-04

在世界文化史上, 思想的历史与数学史有着十分密切的相关性. 一个显而易见的事实是, 历史上所有在思想文化领域里曾有辉煌成就的民族, 其在数学领域里所取得的成就也同样令人瞩目. 同时, 每一个民族在一定历史时期内的数学发展水平也影响着思想的逻辑化过程.

1 数学是人类逻辑思维能力的来源

思维, 是人脑对客观现实的概括和间接的反映, 它反映的是事物的本质和事物间规律性的联系, 严格意义上的思维主要是指逻辑思维, 是人们在认识过程中借助于概念、判断、推理等方式能动地反映客观世界的理性认识过程. 所谓逻辑思维, 人们也常常称之为抽象思维 (abstract thinking), 是根据人为制定的思维规则与思维形式进行的思维活动. 在从事逻辑思维的过程中, 人们把通过感官系统感觉到的事物抽象为概念, 并且在概念之间建立起某种联系, 再通过一定的推理过程, 从而得出进一步的结论. 通过逻辑思维, 人们得以认识和把握客观事物的本质与发展规律.

逻辑思维是人类特有的精神活动. 亚里士多德在《形而上学》一书中说, “除了人之外, 动物都凭表象与记忆生活, 只有很少有联系的经验; 但是, 人类的生活还凭技术与推理.”^[1] 亚里士多德的这句话无疑是正确的, 在这个世界上, 尚无法断定其他动物具有与人类相似的逻辑思维能力. 正是由于人类具有逻辑思维能力, 人们的认识便不再停留在感觉的世界里, 人们能够把感性经验上升到理性. 可以说, 人们所以在拥有物质生活的同时也拥有自己的精神生活, 在根本上取决于人类所特有的逻辑思维能力.

人所以能够进行逻辑思考的根本原因, 在于人类所特有的逻辑思维能力. 而人的逻辑思维能力的养成, 与数学有着密切的关系. 人的逻辑思维过程, 实际上就是演绎或推理的过程, 而任何推理过程得以实现的前提, 便是人们在自己的意识中首先形成抽象的概念. 实际上, 作为认识主体的人, 并不能直接地反映人们所生活的世界, 只能借助于语言赋予人们通过感官系统所感觉到的事物以某种概念, 形成有关客

观事物的概念. 不过, 人们最初所获得的有关客观事物的概念是感性的, 在这一阶段上形成的概念与事物的实体是密不可分的, 当人们在使用这些概念的时候, 在意识的层面上往往伴随着具体事物的影像. 于是, 把概念从实体中抽象出来便成了逻辑思维不可或缺的前提.

由于其自身的逻辑本质, 数学对人的逻辑思维能力的培养有着至关重要的作用. 关于数学的本质, 学术界历来有着各种各样的解释, 数学实在论者认为数学是客观命题 (哥德尔), 直觉主义认为数学是直觉的构造 (海宁、布劳维尔), 数学逻辑主义则认为数学的基础是逻辑, 全部的数学都可以化归为逻辑 (罗素). 研究者认为数学逻辑主义的理解更接近于数学的本质. 毫无疑问, 人们对于“数”的认识最初来自于客观世界, 但是数的概念却是对于客观事物的高度抽象. 如前苏联数学哲学家阿·亚历山大洛夫所说: “数学有确定的完全现实的材料作为自己的对象, 不过它考察对象时完全舍弃了其具体内容和质的特点.”^[2] 当人们在自己的头脑中形成诸如 1、2、3 这样的数的概念时, 这些数的概念不再是一只苹果或者两个梨子, 而是高度抽象化的数字, 它们可以用来代表任何一种具体的量.

抽象的数的概念的形成仅仅是逻辑思维的第一步, 更有意义的是人们在数字之间建立起了某种逻辑关系, 依据这种逻辑关系, 便可以确切地知道任意两个或更多的数字的运算结果, 而没有必要用累计具体事物的方法去求得计算结果. 在数学之间建立起逻辑关系对于人的逻辑思维能力的培养是至关重要的. 这是因为, 虽然逻辑思维必然是抽象思维, 但抽象思维并不等于逻辑的. 但是, 当人们在数的概念之间建立起某种逻辑关系, 并且确信这种逻辑关系的可靠性的时候, 便开启了严格意义上的逻辑思维过程. 在这一意义上说, 逻辑思维确实始于数学, 而人的逻辑思维能力也是通过数学培养起来的.

2 数学推动了人类思想的逻辑化过程

按照学术界一般的看法, 逻辑思维源自于数学, 特别是

收稿日期: 2012-06-10

作者简介: 袁缘 (1982—), 女, 吉林长春人, 博士, 主要从事数学史与数学文化研究.

起源于以欧几里得的《几何原本》为代表的几何学。源自于数学的逻辑思维很快便被人们运用于有关社会生活的思考，从而促进了思想的逻辑化进程。

在历史上，人类思想的逻辑化进程，是思想家用逻辑思维反省人类社会生活，从最初诉诸于直接经验转而诉诸于人的理性的过程，也是从最初的感性认识上升到理性认识的过程。这一思想过程主要发生在古希腊，而推动这一思想进程的主要动力也来自于数学。

历史上曾经存在的每一种文化，都产生了某种意义的数学，不过，在当今世界占主流的数学只有一种，这种数学产生于古代埃及和巴比伦，然后传播到古希腊，并且在那里完成了逻辑化的过程，其典型代表便是欧几里得的《几何原本》。在欧几里得的《几何原本》中，所讨论的都是概念与概念之间的关系，而没有任何一个具体的应用问题。欧几里得所使用的术语是点、线、平面、圆等概念，同时，依据这些基本概念，这一时期的几何学也形成了一整套的基本命题或者公理，这些公理成为推导出进一步公理的基础，而更高层次的公理只能通过推理或演绎而获得。这标志着数学已经实现了其自身的逻辑化或公理化。

在东西方各民族的历史上，人们最初形成的对于社会生活的理解大都是感性的。由于认识水平的相对低下，人们无法凭借自己的理性对于优良的社会生活做出逻辑的构想，而只能诉诸于经验性的历史过程或者神明。荷马时代的诗人对于诸神的崇拜便是典型的例证。在荷马时代的人们看来，现实社会的秩序以及支配整个世界的法则是由至高无上的神安排的。然而，在荷马以后，以赫拉克利特、毕达哥拉斯为代表的自然哲学用逻辑的方式进行思考的时候，人们开始相信，决定世界秩序的不是神，而是可以名之为“逻各斯(logos)”的终极原因，而且人可以通过逻辑推理来认识“逻各斯”^[3]。古希腊的思想学说自此开始了逻辑化的过程。一个十分重要的事实是，这一时期的思想家都有着良好的数学修养，甚至他们本身便是数学家（如毕达哥拉斯），在思想逻辑化的进程中，来自数学的影响是显而易见的。

据说，在古希腊柏拉图学园门口挂着一块木牌，牌上写着“不懂数学者不得入内”，由此可见，在柏拉图的时代，人们便已经意识到数学修养对于哲学家的重要性。另外，据文献记载，大数学家欧几里得也曾有过到柏拉图学园求学的经历。由此可见，生活在那个历史时代的数学家，也意识到了哲学修养对于数学的重要性。数学与哲学之间的这种相关性，一直延续到近代，在近代西方哲学史上那些有着重要影响的哲学家，如笛卡尔、康德、莱布尼茨，对于数学都有着深刻的理解，可以说，良好的数学修养是他们在思想领域有所建树的重要原因。

事实上，不仅仅在古希腊，在东西方思想文化史上，都可以发现数学与思想的逻辑化进程之间密切的相关性。例如，中国传统思想的逻辑化过程大约是在汉魏以至于唐宋时

期完成的，宋明理学的形成标志着这一过程的完结。与中国传统思想的逻辑化过程相应的是，中国传统数学也恰好在这—时期取得了辉煌的成就，其中比较著名的有魏晋时期刘徽的古典数学理论，南朝祖冲之对于圆周率的计算，宋代杨辉发明的刳积术和秦九韶发明的高次方程数值解法等。两宋学者特别是以邵雍为代表的象术派对于《周易》的理解，也在很大程度上得益于中国传统数学的进展。不过，需要说明的是，与希腊思想相比，中国传统思想的逻辑化要相对漫长。与此相应，中国古代的数学也不像希腊数学那样实现了逻辑过程，这也在另一方面印证了数学与思想发展的相关性。

一直以来，在数学史与哲学史研究中有一个争论不休的话题——究竟是数学在先还是哲学在先，换句话说，究竟是哲学的发展促进了数学的发展，还是数学的逻辑思维促进了哲学的发展。对于这一问题，偏好不同的人给出了不同的答案。以为哲学在先的人们认为，在基础层面上，哲学决定着实践，哲学承担着决定数学的任务。而持相反观点的人们则根据数学史的实际，认为哲学先在的说法是不真实的^[4]。在这里，研究者无意于讨论究竟是数学在先还是哲学在先的问题，不过，应该说明的是，数学，从其产生的那一天起，便有着独立、确切的研究对象，这个研究对象是客观存在的，而不是由其它学科规定的，在这一意义上说，很难说数学的逻辑思维是在哲学的推动下发生的。此外，究竟是数学在先还是哲学在先，似乎也可以通过每一个人认知外部世界的过程来加以说明。在每一个人从原初意义上的生物人发展成为理性存在者的生物过程中，人们获得数的概念的时间远远早于有关世界的本原是什么的哲学观念。所以，在文化发生学的意义上，在最初也一定是数学推动了哲学的发展而不是哲学推动了数学的发展。而哲学与数学之间的相互促进则应该是人类文明发展到一定阶段以后的事情。

数学为人们展现的是由诸多与实体分离的概念构成的纯思的世界，在这个世界里，人们所获得的任何结论都是逻辑推理的结果，与数学的逻辑本质相似，思想也是人类理性思维的产品，在思想的世界里，人们所获得的任何认识和结论，同样都要依赖于逻辑推理。于是，在东西方思想文化史上，便存在着一个显而易见的事实：凡是数学发展水平较高的民族，其思想文化的逻辑化程度也相对较高。在某种意义上说，中国传统思想与古希腊的思想所以能够成为东西方文化传统的代表，在很大程度上得益于这种文化传统中数学的发展水平。

3 数学的逻辑思维与思想界的理性精神

在完成了自身的逻辑过程以后，探求公理便成为数学的基本精神。欧几里得的《几何原本》是古希腊数学的典型代表，在《几何原本》中，共收录了23个定义，5个公理，5个公设，并在此基础上推导出了48个更为高深的定理。从数学文化的角度来看，《几何原本》究竟解决了多少定理问题并不重要，重要的是，欧几里得通过逻辑的方法探求定理

的事实清晰地告诉人们，公理是由人凭借自己的理智能力通过推理过程获得的，探求数学真理是数学的基本精神。

从认识论的意义上说，真理在本质上是不依人的意志为转移的客观的存在，但与此同时，真理作为客观存在，只有在人们认识到它的时候才有意义，在人的理性能力没有达到它的情况下，所谓真理便只能是“存在着的无”。所以，人的理性能力便是作为客观存在的真理，即有意义的决定性条件。如果离开了人的理性能力和逻辑推理过程，也就不会有任何意义上的数学真理，即理性是人们所以能够达到真理的首要条件。

数学的逻辑思维是唤醒人类理性精神的最主要的动力之源，也是人们所以追求超越可感知事物的理性世界的主要根源。例如，几何学所讨论的严格意义上的圆，虽然在最初是来自人们通过具体的方法画出来的圆形，但在事实上，现实生活中没有任何一个可感觉的圆形物是严格的圆形。即使人们可以小心谨慎地使用圆规，但在具体操作过程中总会有一些不完备和不规则的地方。确切地说，严格意义上的“圆”只是存在于人们的思维中，是人们凭借自己的理性能力建立起来的认识对象。也正是在这一意义上说，思想要比感觉更重要，而思想的对象永远是对可感觉的存在物的超越。

据认为，在古希腊，曾经有过数学与神学结合的过程，这一过程的结晶便是毕达哥拉斯（Pythagoras）的哲学。毕达哥拉斯摒弃了以往有关真理的简单的神秘主义理解，而试图凭借人的理性，通过逻辑推理来把握真理。在某种意义上说，毕达哥拉斯为后来的人们留下了十分重要的思考问题的方式，即人们在观念上所信奉的信念，必须是人的理性所能达到的理念。自此以后，无论是古希腊的柏拉图还是近代的笛卡尔和康德，尽管他们都不否认神或上帝的存在，但在他们看来，上帝和神要得到人的理性的验证。

普罗克洛斯在《几何学发展概要》中记述欧几里得回答托勒密王有没有学习几何学的捷径时说，“在几何学里，没有专为国王铺设的大道。”对于这句话，以往人们大多以为，欧几里得所强调的是在学习几何学方面没有捷径可走，只能通过个人的辛勤努力和思考才能获得成效。其实，仔细品味欧几里得这句话，便不难发现其中另有深意。那就是说，在公理面前，每一个人都是平等的，公理不承认任何特殊的权利。在真理面前，每个人都有着同等的机会与权利，无论是数学家所追寻的数学真理，还是哲学家所追求的道德真理，只能通过人们的思辨过程才可以获得。

数学的逻辑思维对于人类思想逻辑进程的影响表现在另一方面，便是思想家对于普遍必然性的关注。数学的本质是逻辑的，数学关注的是逻辑上的必然性而不是偶然性，当人们讨论数学问题的时候，探求的是具有普遍意义的必然结果。古希腊哲学家柏拉图在论及数学的这一属性时便说：这门科学的真正目的在于探究关于永恒事物的知识，而不是关于某种有时产生，有时灭亡的具体事物的知识^[5]。美国当代

著名数学哲学家斯图尔特·夏皮罗（Stewart Shapiro）也说：“数学至少表面上与其它求知的努力不同，特别是与科学追求的其它方面不同。基本数学命题似乎没有科学命题的偶然性。”^[4]夏皮罗的这一说法实际上与柏拉图是一致的，在他们看来，数学不是一门有关任何具体事物的知识，而是超越一切具体存在物的永恒的知识。

数学的逻辑思维，必然导向对于普遍必然性的关注。由于在数学领域里人们所使用的是与实体相分离的抽象概念，尽管它最初可能与具体的存在物有着某种联系，但一旦把它们与作为实体的存在物分离开来，这些概念便具有了不依赖于任何实体而存在的属性。所以，再依据这些抽象的概念推导出来的定理，不会因为任何具体条件的变化而变化，就像“ $7+5=12$ 有时被当作必然真理的范例”一样，“简直不可能有其它情况”^[6]。

关注普遍的必然性，是人类基本的思维倾向，尽管人们生活于其中的是由许许多多的具体事物构成且不断变化着的物质世界，人类社会生活也是由众多的偶然事件构成的，但是，人类作为理性的存在者，却在本性上排斥社会生活中的偶然，总是希望在更抽象的层次上认识和理解人们所生活的世界以及全部的社会生活。在人们的观念中，世界与人类社会生活都是一个统一整体，在不断发展变化的物质世界背后，一定存在着一个推动物质世界变化的终极原因，在充满偶然性的社会生活中，也一定存在着起着支配作用的必然。

有证据表明，在东西方思想文化史上，当人类有能力对社会生活进行思考的时候，便开始了对终极原因的探求。如，荷马时代的诗人把决定世界秩序的终极原因归结于诸神（Gods），而在中国的商周时代，人们则把终极原因诉诸于人格化的“天”或“天命”。

荷马时代的诗人笔下的诸神以及中国商周时期人们观念中的“天”，是远古时代的人们在探讨终极原因所付出的努力。这些具有人格特征的“神”或“天”，只不过是当时的人们把自己的道德情感赋予了这些概念，他们试图通过这种方式来说明决定现实世界的秩序的终极原因是什么，在此基础上，进一步说明，人们怎样才能拥有正当的或者对的社会生活。只不过，由于认识能力和思维水平的原因，人们对于终极原因的理解不可避免地带有神秘的色彩。

数学的发展使思想家对于终极原因的探求进入了新的境界。在古希腊，苏格拉底以前的自然哲学家，不再像荷马时代的诗人那样诉诸于神，而是认为，客观的物质世界所以变化的原因应该通过物质世界本身来解释，而不能简单地用神意来说明。而使得人们能够达到终极原因的便是数学给予人们的逻辑能力。

数学的逻辑思维对思想界有关终极原因的理解所起的推动作用，在赫拉克利特和毕达哥拉斯那里表现得至为明显。在毕达哥拉斯看来，人类要解释外在的物质世界和精神世界便不能没有数学，在万事万物的背后都有数的法则在起

作用. 虽然自然哲学家对世界的终极原因有着各不相同的解释, 但有一点却是共同的, 他们都认为, 作为万物本原的东西只能有一个, 它是“所有事物的原因”^[1].

与希腊哲学家一样, 中国古代思想家也在这方面做着不懈的努力. 传统儒家的经典著作《周易》便是这方面的代表. 《周易·系辞上》载孔子的话“知变化之道者, 其知神之所为乎?” 当然, 这句话可能是《系辞》的作者假托孔子之口说的. 但这句话的确表明, 中国思想家与希腊思想家一样, 也在关心着客观世界发展、变化的终极原因, 这个原因实际上也就是希腊哲学家所说的万物所以生、所以灭的原因, 是世界万物由以遵循的必然法则. 《周易》的作者对于普遍必然性的理解与数学的联系更为直接, 一方面, 《易传》的作者认为, 存在着决定物质世界秩序的形而上之道, 即所谓“形而上者谓之道”, 另一方面, 在对形而上之道的普遍性做出进一步阐释的时候又说: “大衍之数五十, 其用四十有九……天数五, 地数五, 五位相得而各有合. 天数二十有五, 地数三十, 凡天地之数五十有五, 此所以成变化而行鬼神也. 乾之策二百一十有六, 坤之策百四十有四, 凡三百有六十, 当期(一年——作者注)之日. 二篇之策万有一千五百二十, 当万物之数也.”(根据上下文意, 这句话后面有脱文, 因为 10 以内 5 个奇数与 5 个偶数之和应该是 55 而不是 50. 据一些《周易》专家的考证, 应该是“大衍之数五十有五”.)由此可见, 古代中国的数学水平, 恰恰决定了当时人们对终极原因的理解水平.

思想家对于普遍必然性的关注, 所体现的是他们对于优良的社会生活的追求. 所以, 在古代思想家的认识中, 他们

所追问的终极原因, 也就是与人类社会生活质量息息相关的法则. 早期的自然哲学家在说明世界所以为此的终极原因是什么时候, 也就是在回答人类社会生活应该在什么样的法则规范下运行, 这一至关重要的问题. 如果说, 正当的社会生活就是与普遍的法则相适应的生活的话, 普遍的道德法则究竟是什么, 则需要每一时代的思想家坚持不懈地思索. 据亚里士多德《形而上学》一书的记述, 古希腊哲学在苏格拉底时代发生了重要的转变, 苏格拉底不再把自己的主要精力倾注于对自然世界的研究, 而是尝试寻求有关伦理问题的普遍真理. 苏格拉底哲学, 作为西方思想史的重要界标, 其意义在于, 他第一次把逻辑思维直接用于对伦理问题的思考, 从而, 对诸如最高的善(the highest good)、正义等至关重要的概念做出了全新的理解.

西方近代思想家笛卡尔是一个有着良好的数学修养的思想家, 他认为, 中世纪的经院哲学并不能为人们提供可靠的知识, 能够为人们提供可靠知识的唯有理性. 按照笛卡尔的观点, 哲学作为一切科学的基础, 必须具有清楚明白、无可置疑的基本特征, 而数学尤其是几何学却恰恰具有这样的特点^[6]. 由确定无可置疑的公理出发, 系统地演绎和推导出其它定理, 进而建立起完整可靠的知识体系. 按照这样的思路, 笛卡尔在哲学领域进行了大胆的尝试, 他试图通过数学演绎法建立一个具有数学般确定性和可靠性的哲学体系. 黑格尔称笛卡尔为“带头重建哲学基础的英雄人物”, 笛卡尔的努力使得哲学重新拉回了理性时代, 使人们冲破宗教迷信的藩篱成为可能. 由此可见, 近代西方曾经产生过巨大影响的理性主义, 也同样是数学精神融入思想文化领域的结果.

[参 考 文 献]

- [1] 亚里士多德. 形而上学[M]. 李真译. 上海: 上海世纪出版集团, 2005.
- [2] 阿·亚历山大. 数学概观[J]. 自然辩证法通讯, 1957, (4): 46.
- [3] 特伦斯·欧文. 古典思想[M]. 覃方明译. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1998.
- [4] 斯图尔特·夏皮罗. 数学哲学——对数学的思考[M]. 郝兆宽, 杨睿之译. 上海: 复旦大学出版社, 2010.
- [5] 柏拉图. 理想国[M]. 郭斌和, 张竹明译. 北京: 商务印书馆, 1996.
- [6] 刘相, 刘德军, 王忠武. 人类思想解放史论[M]. 北京: 人民出版社, 2007.

Role of the Logic Thinking of Mathematics in the Logical Process of Human Thought

YUAN Yuan, LI Hui-lai

(Institute of Mathematics, Jilin University, Jilin Changchun 130012, China)

Abstract: Mathematics is the origin of logic ability of the human being, and it shows people a pure thinking field composed of the concepts separate from entity. It is just same that both of mathematics and the thought are all the result of human being thinking, any understanding in the field of thinking relies on logic deduction. Hence there are close relativity between mathematics and the logical progress of thought. To search axiom is the nature of mathematics, the logical thinking promoted the rational spirits of human being and the concern of thinkers to universal inevitability.

Key words: the logic thinking of mathematics; reason progress of thought; universal inevitability

[责任编辑: 陈隽]